基本情報技術者 テキスト

資格の大原 情報処理講座 編

大 原 出 版

Contents

Part 1
テクノロジ系

Chapter 1 基礎理論

1 離散数学

1 基数

日常、われわれが使用している数は10進数と呼ばれ、0～9の数字を使い、10で桁上がりする、という表現方法を用いています。このとき10を基数と呼び、n桁の整数は一般に次のように表されます。なお、a_1～a_nは0～9までの整数です。

$$a_n a_{n-1} \cdots a_3 a_2 a_1$$
$$= a_1 \times 10^0 + a_2 \times 10^1 + a_3 \times 10^2 + \cdots + a_{n-1} \times 10^{n-2} + a_n \times 10^{n-1}$$

また、n桁の小数は一般に次のように表されます。

$$0.a_1 a_2 a_3 \cdots a_{n-1} a_n$$
$$= a_1 \times 10^{-1} + a_2 \times 10^{-2} + a_3 \times 10^{-3} + \cdots + a_{n-1} \times 10^{-(n-1)} + a_n \times 10^{-n}$$

①n桁の整数を一般式で表現する。
例　$1234 = 4 \times 10^0 + 3 \times 10^1 + 2 \times 10^2 + 1 \times 10^3$
②n桁の小数を一般式で表現する。
例　$0.1234 = 1 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-3} + 4 \times 10^{-4}$

10進数(例)

コンピュータ内部では、あらゆるデータを「電気が流れる、流れない」、「電圧が高い、低い」などの2つの状態で保持します。このため、数を表すには、10進数ではなく、0と1の2種類の数を使って各桁を表現する**2進数**と呼ばれる表現方法が適しています。このとき基数は2となり、n桁の整数は一般に次のように表されます。なお、a_1～a_nは0または1です。

$$a_n a_{n-1} \cdots a_3 a_2 a_1$$
$$= a_1 \times 2^0 + a_2 \times 2^1 + a_3 \times 2^2 + \cdots + a_{n-1} \times 2^{n-2} + a_n \times 2^{n-1}$$

また、n桁の小数は一般に次のように表されます。

$$0.a_1 a_2 a_3 \cdots a_{n-1} a_n$$
$$= a_1 \times 2^{-1} + a_2 \times 2^{-2} + a_3 \times 2^{-3} + \cdots + a_{n-1} \times 2^{-(n-1)} + a_n \times 2^{-n}$$

①n桁の整数を一般式で表現する。
例　$1011 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3$
②n桁の小数を一般式で表現する。
例　$0.1011 = 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4}$

2進数(例)

2進数には、人間が見たときに「桁数が多い」、「内容が識別しにくい」といった欠点があります。こうした不都合な点を解消するために、コンピュータ内部の情報を人間が見たり、プログラムで表現したりする際には、16進数が用いられることが多いです。

16進数では、0～F(A～Fで10～15に対応)までの数を使い、10進数の16で桁上がりします。このとき基数は16となり、n桁の整数は一般に次のように表されます。なお、a_1～a_nは0～Fまでの数です。

$a_n a_{n-1} \cdots a_3 a_2 a_1$
$= a_1 \times 16^0 + a_2 \times 16^1 + a_3 \times 16^2 + \cdots + a_{n-1} \times 16^{n-2} + a_n \times 16^{n-1}$

また、n桁の小数は一般に次のように表されます。

$0.a_1 a_2 a_3 \cdots a_{n-1} a_n$
$= a_1 \times 16^{-1} + a_2 \times 16^{-2} + a_3 \times 16^{-3} + \cdots + a_{n-1} \times 16^{-(n-1)} + a_n \times 16^{-n}$

①n桁の整数を一般式で表現する。
例　$AB35 = 5 \times 16^0 + 3 \times 16^1 + B \times 16^2 + A \times 16^3$
$= 5 \times 16^0 + 3 \times 16^1 + 11 \times 16^2 + 10 \times 16^3$
②n桁の小数を一般式で表現する。
例　$0.F2C4 = F \times 16^{-1} + 2 \times 16^{-2} + C \times 16^{-3} + 4 \times 16^{-4}$
$= 15 \times 16^{-1} + 2 \times 16^{-2} + 12 \times 16^{-3} + 4 \times 16^{-4}$

16進数(例)

なお、10進数、2進数、16進数の各基数における数値の対応は次の通りです。

10進数	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2進数	0	1	10	11	100	101	110	111	1000
16進数	0	1	2	3	4	5	6	7	8

10進数	9	10	11	12	13	14	15	16	…
2進数	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111	10000	…
16進数	9	A	B	C	D	E	F	10	…

各基数の対応

前述のように、数値を表すときの桁上がりの基本となる数を基数と呼びますが、ある基数で表した数値を、他の基数で表した数値に変換することを、**基数変換**といいます。

1 10進数から2進数へ

10進数を2進数に変換する場合、整数部と小数部で方法が異なるので、注意が必要です。
なお、こうした作業過程では、一般にn進数を$(\quad)_n$と表記します。

①　整数部を変換する場合
例　10進数43を2進数に変換する。
1. $(43)_{10}$を変換後の基数2で割り、商と余りを求める。
2. 上記1の商を基数2でさらに割り、商と余りを求める。これを商が0になるまで繰り返す。
3. 除算の余りを計算とは逆の順番に並べる。
43÷2=21　余り1
21÷2=10　余り1
10÷2= 5　余り0
5÷2= 2　余り1
2÷2= 1　余り0
1÷2= 0　余り1
$(43)_{10} = (101011)_2$

②　小数部を変換する場合
例　10進数0.8125を2進数に変換する。
1. $(0.8125)_{10}$に変換後の基数2を掛ける。
2. 上記1の乗算結果の小数部に基数2をさらに掛ける。これを小数部が0になるまで繰り返す。
3. 乗算の結果、求められた整数部の値を計算した順番に並べる。
0.8125×2=1.625
0.625 ×2=1.25
0.25 ×2=0.5
0.5 ×2=1.0
$(0.8125)_{10} = (0.1101)_2$

10進数から2進数へ(例)

2 2進数から10進数へ

2進数を10進数に変換する場合、2進数の各桁に2^nの重み付けをしていきます。

例　$(101011.1101)_2$を10進数に変換する。
1. 整数部は下位の桁から順に2の0乗、1乗、2乗…の重み付け（乗算）を行い、
   小数部は上位の桁から順に2の−1乗、−2乗…の重み付け（乗算）を行う。
2. 重み付けをした結果を加算する。

$$
\begin{array}{cccccccccc}
1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1. & 1 & 1 & 0 & 1 \\
\times & \times & \times & \times & \times & \times & \times & \times & \times & \times \\
2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 & 2^{-1} & 2^{-2} & 2^{-3} & 2^{-4} \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow
\end{array}
$$

32+0+8+0+2+1+0.5+0.25+0+0.0625=43.8125

$(101011.1101)_2=(43.8125)_{10}$

2進数から10進数へ（例）

例題 1-1

基本情報　平成13年度春　問2［出題頻度：★★☆］

2進数の101.11を10進数で表したものはどれか。

ア　5.11　　イ　5.3　　ウ　5.55　　エ　5.75

解説

2進数を10進数に変換する場合、整数部は下位の桁から順番に0乗、1乗、2乗、…の重み付けを行い、小数部は上位の桁から順番に−1乗、−2乗、…の重み付けを行います。

$$
\begin{array}{ccccc}
1 & 0 & 1. & 1 & 1 \\
\times & \times & \times & \times & \times \\
2^2 & 2^1 & 2^0 & 2^{-1} & 2^{-2} \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow
\end{array}
$$

4+0+1+0.5+0.25=5.75

解答－エ

別冊 演習ドリル　1-1～3

3 16進数から2進数へ

16進数を2進数に変換する場合、16進数1桁を2進数4桁に変換します。

例　$(2B.E)_{16}$を2進数に変換する。
1. 16進数1桁を2進数4桁に置き換える。

$$
\begin{array}{ccc}
2 & B. & E \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow \\
0010 & 1011. & 1110
\end{array}
$$

$(2B.E)_{16}=(101011.111)_2$

16進数から2進数へ（例）

4 2進数から16進数へ

2進数を16進数に変換する場合、 2進数4桁を16進数1桁に変換します。

例　$(101011.111)_2$を16進数に変換する。

1. 小数点を基準に、2進数4桁ごとに区切る。ただし、2進数の桁数が4の倍数でないときは、整数部は先頭に、小数部は末尾に0を補って4の倍数桁にする。
2. 区切った各桁を1桁の16進数に変換する。

0を補う

0010/1011./1110

↓　↓　↓

2　B　.　E

$(101011.111)_2 = (2B.E)_{16}$

2進数から16進数へ(例)

例題 1-2

基本情報　平成14年度秋　問1 ［出題頻度：★☆☆］

16進数0.75と等しいものはどれか。

ア　$2^{-2}+2^{-5}+2^{-7}+2^{-8}$

イ　$2^{-2}+2^{-3}+2^{-4}+2^{-6}+2^{-8}$

ウ　$2^{-1}+2^{-2}$

エ　$2^{-1}+2^{-2}+2^{-3}+2^{-4}+2^{-6}$

解説

与えられた16進小数を2進数に変換するため、16進数1桁を2進数4桁に置き換えます。

0.　7　5

↓　↓　↓

0.　0111　0101

よって、$(0.75)_{16}=(0.01110101)_2=2^{-2}+2^{-3}+2^{-4}+2^{-6}+2^{-8}$となります。

解答－イ

別冊 演習ドリル 1-4

5 10進数からn進数へ

10進数をn進数に変換する場合、整数部は基数nで割り、小数部は基数nを掛けます。

例　$(43)_{10}$を4進数に変換する。

1. $(43)_{10}$を変換後の基数4で割り、商と余りを求める。
2. 上記1の商を基数4でさらに割り、商と余りを求める。これを商が0になるまで繰り返す。
3. 除算の余りを計算とは逆の順番に並べる。

43÷4＝10　余り3

10÷4＝ 2　余り2

2÷4＝ 0　余り2

$(43)_{10}=(223)_4$

10進数からn進数へ(例)

6 n進数から10進数へ

n進数を10進数に変換する場合、n進数の各桁に重み付けを行います。

例　$(123.64)_8$を10進数に変換する。

1. 整数部は下位の桁から順に8の0乗、1乗、2乗…、小数部は上位の桁から順に8の−1乗、−2乗…の重み付けを行う。
2. 重み付けをした結果を加算する。

$$
\begin{array}{ccccc}
1 & 2 & 3. & 6 & 4 \\
\times & \times & \times & \times & \times \\
8^2 & 8^1 & 8^0 & 8^{-1} & 8^{-2} \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow
\end{array}
$$

$64+16+3+0.75+0.0625=83.8125$

$(123.64)_8=(83.8125)_{10}$

n進数から10進数へ（例）

例題 1-3　　基本情報　平成22年度秋　問1　［**出題頻度：★★☆**］

16進小数3A.5Cを10進数の分数で表したものはどれか。

ア $\frac{939}{16}$　　イ $\frac{3735}{64}$　　ウ $\frac{14939}{256}$　　エ $\frac{14941}{256}$

解説

16進数で表現された(3A.5C)の各桁に重み付けを行い、10進数に変換します。

$$
\begin{aligned}
(3A.5C)_{16} &= 3\times16^1+10\times16^0+5\times16^{-1}+12\times16^{-2} \\
&= 3\times16+10\times1+5\times\frac{1}{16}+12\times\frac{1}{256} \\
&= \frac{3735}{64}
\end{aligned}
$$

解答－イ

別冊 演習ドリル　**1-5、6**

2 数値の表現

コンピュータ内部では2進数を使って数値が表現されます。このとき2進数1桁を**ビット**(bit)と呼びます。また8桁(8ビット)を**バイト**(Byte)と呼びます。

ビット　0

ビット　1

バイト　$\underbrace{\boxed{0}\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{1}}_{8\text{ビット}}$

1 負の数の表現

数値には、正の数ばかりでなく負の数があります。この負の数をコンピュータ内部で表現する方法は何種類かあり、ここでは次の2つを取り上げます。

1符号付絶対値方式

コンピュータの場合、正負といった符号についても0と1の2進数で表現します。この方式で一番単純な方法が**符号付絶対値方式**で、先頭の1ビット(MSB：Most Significant Bit)で符号を表し、それ以外のビットで数値の絶対値を表します。

例　$(00010010)_2$を10進数に変換	例　$(10010010)_2$を10進数に変換
$(0\quad \overline{0010010})_2$	$(1\quad \overline{0010010})_2$
符号　数値の絶対値	符号　数値の絶対値
↓　↓	↓　↓
＋　18	－　18
$(00010010)_2 \rightarrow (+18)_{10}$	$(10010010)_2 \rightarrow (-18)_{10}$

符号付絶対値方式(例)

ただし、この方法では負数を加算する場合に、そのままでは計算できず減算として処理する必要があります。また、$(00000000)_2$と$(10000000)_2$というように正のゼロと負のゼロの2つのゼロができるといった問題があるため、実際には使われていません。

2補数方式

符号付絶対値方式の欠点である負数の加算の問題を解決するために考えられた方法が補数方式です。

補数とは「基数」、または「基数−1」からその数を差し引いたものをいいます。一般に、n進数にはnの補数とn−1の補数があり、コンピュータ内部で補数を用いて負数を表現する場合、**2の補数**を用いる方法と**1の補数**を用いる方法があります。8ビットで数値を表現する固定小数点数において、2進数の値nに対して2の補数を求めるには「2^8(＝100000000)－n」を、1の補数を求めるには「2^8-1(＝11111111)－n」を行うことになります。

例　8ビットの1の補数方式で$(-18)_{10}$を表現

①絶対値の2進数を求める。−18の絶対値は18だから

$(18)_{10} \rightarrow (00010010)_2$

②8ビットであるため2^8-1から①の結果を引く。

$$\begin{array}{r} 11111111 \\ -\ 00010010 \\ \hline 11101101 \end{array}$$

結果的には絶対値の反転(0と1を入れ替える動作)をしたことになる。

$(-18)_{10} \rightarrow (11101101)_2$

1の補数方式(例)

例　8ビットの2の補数方式で$(-18)_{10}$を表現

①絶対値の2進数を求める。−18の絶対値は18だから

$(18)_{10} \rightarrow (00010010)_2$

②8ビットであるため2^8から①の結果を引く。

$$\begin{array}{r} 100000000 \\ -\ 00010010 \\ \hline 11101110 \end{array}$$

結果的には1の補数(絶対値の反転)に1を加えたことになる。

$(-18)_{10} \rightarrow (11101110)_2$

2の補数方式(例)

補数方式を採用することで減算も負数の加算として計算することが可能となります。ただし、1の補数方式では符号付絶対値方式と同様に、正のゼロ$(00000000)_2$と負のゼロ$(11111111)_2$の2つのゼロができるといった問題があるため、実際に使われているのは2の補数方式のみです。

例題 1-4

ソフトウェア開発　平成14年度春　問3［出題頻度：★★★］

負数を2の補数で表現する方式において，絶対値は等しいが符号が異なる数値を得る方法として，適切なものはどれか。ここで，符号(0は正，1は負)は最上位ビットとする。

ア　各ビットを反転し，結果に1を加える。
イ　各ビットを反転し，結果に2を加える。
ウ　各ビットを反転する。
エ　符号のビットを1に変える。

解説

絶対値は等しいが、符号が異なる数値を2の補数で表現するには、各ビットを反転したものに1を加算します。なお、この手順以外に先に1を減算し、その結果を反転するという手順でも同様の結果を求めることができます。

解答－ア

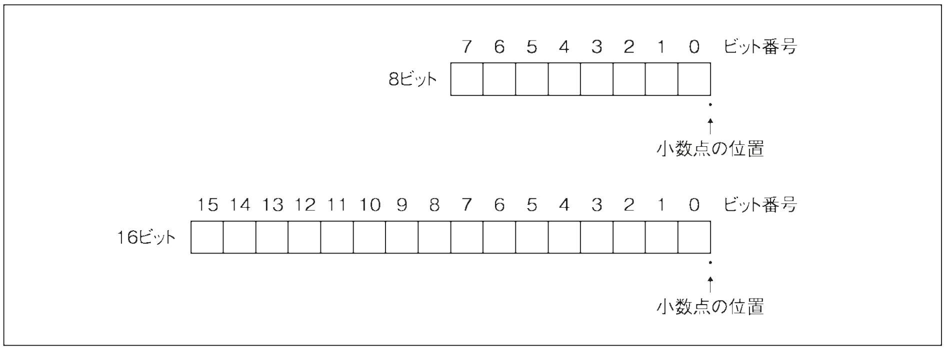
別冊 演習ドリル　1-7～9

2 固定小数点数と浮動小数点数

コンピュータ内部で数値を表現する方法には、いくつかの方法があります。純粋な2進数で表現した数値を特に純2進数と呼び、整数を表す「固定小数点数」と、実数を表す「浮動小数点数」があります。

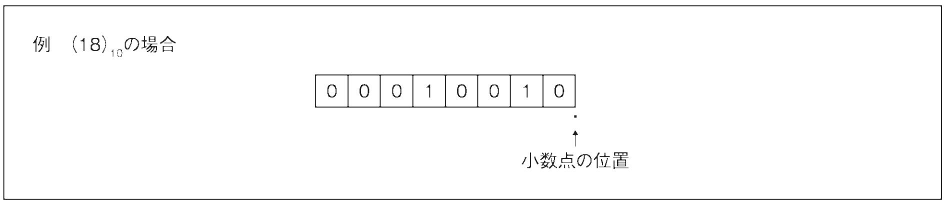
①固定小数点数

純2進数を表現する場合に、一番よく使われる方法が**固定小数点数**であり、小数点の位置を固定して考えます。小数点の位置を最後の位置に固定する方法が、一般的に用いられています。



固定小数点数

たとえば、10進数の$(18)_{10}$は2進数で表すと$(10010)_2$となり、8ビットサイズの固定小数点数でこの整数を表現すると$(00010010)_2$となります。



固定小数点数(例)

例題 1-5

基本情報 平成23年度秋 問2 ［出題頻度：★☆☆］

10進数−5.625を，8ビット固定小数点形式による2進数で表したものはどれか。ここで，小数点位置は3ビット目と4ビット目の間とし，負数には2の補数表現を用いる。

7	6	5	4	3	2	1	0

↑
小数点位置

ア 01001100　**イ** 10100101　**ウ** 10100110　**エ** 11010011

解 説

負数には2の補数表現を用いるとあるので、まず問題文中の数値−5.625の絶対値5.625の2進数表現を求めます。

$(5.625)_{10}=(101.101)_2$

次に8ビットの固定小数点形式で表すと次のようになり、

0	1	0	1	1	0	1	0

↑
小数点位置

2の補数を求めるためには、各ビットを反転し末尾の桁に1を加算すればよいので、

0	1	0	1	1	0	1	0

↓ 各ビットの反転

1	0	1	0	0	1	0	1

↓ 末尾の桁に1を加算

1	0	1	0	0	1	1	0

となります。

解答−ウ

②浮動小数点数

コンピュータで実数を表現するために利用する形式が、**浮動小数点数**です。

浮動小数点数は、小数点の位置を一定にせず、別に小数点の位置を指示する数を併記する方法です。具体的には、数値Xを「$X=M\times B^E$」のように指数の形で表現する方法で、Mを**仮数**、Bを**底**または**基数**、Eを**指数**と呼びます。底としては一般に2または16を使用します。

浮動小数点数は、小数点の位置を一定にしないため、同じ数値でも指数と仮数を調整すれば、いくとおりにも表現できることになります。表現方法を統一するには、仮数部の最上位桁が0以外になるように、小数点の位置を調整する（仮数部の値Mが$\frac{1}{B}\leq M<1$の範囲に入るようにする）必要があります。このプロセスを**正規化**と呼び、正規化を行うことによって有効数字の範囲を最大に保つことができます。